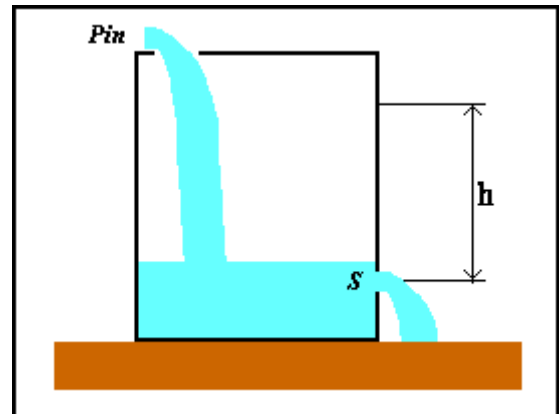


## Progettare una pagina web dinamica per simulare il “comportamento” di un serbatoio di accumulo

Un caso tipico è quello in cui il serbatoio è alimentato dall'alto da una condotta di portata nota ( $P_{in}$ ) e si scarica attraverso una breve condotta di sezione nota ( $S$ ) applicata al fondo (uscita a “stramazzo”). Si suppone che la condotta di scarico sia sempre aperta per alimentare con continuità le utenze; la portata di scarico ( $P_{out}$ ) è regolabile con una saracinesca. Si tratta di stabilire l'andamento del livello del liquido nel serbatoio in determinate condizioni di alimentazione e di scarico.



**Analisi** (con riformulazione):

Il problema può essere precisato nel modo seguente:

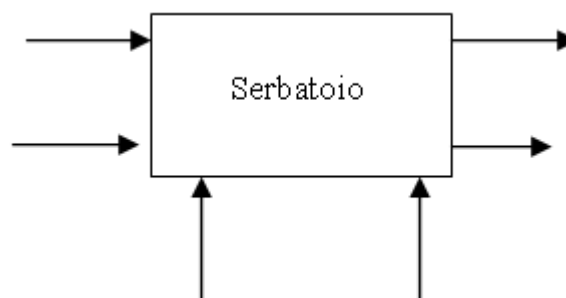
*Dato un serbatoio di determinate dimensioni, con condotta di carico di portata  $P_{in}$  e breve condotta di scarico di sezione  $S$ , studiare come varia nel tempo il livello del liquido nel serbatoio in determinate condizioni di alimentazione e di scarico.*

**Identificazione del Sistema:**

*Quali sono le grandezze (**variabili e parametri costanti**) che influenzano il processo da studiare (cioè il **riempimento e svuotamento** del serbatoio) ?*

**Rappresentazione sistemica (paradigma ingresso-uscita):**

Distinguiamo tra variabili in ingresso (*grandezze su cui possiamo agire per introdurre modifiche*) e in uscita o risposte (*grandezze che risultano influenzate e possiamo osservare per studiare sperimentalmente l'andamento*).



*Studiare il processo significa studiare come variano nel tempo le grandezze  $Liv(t)$  e  $P_{out}(t)$  in funzione della portata d'ingresso e della sezione di scarico che variano nel tempo.*

Per semplicità, faremo l'ipotesi che gli ingressi restino costanti per tutta l'evoluzione del sistema e determineremo il comportamento delle uscite per diversi valori degli ingressi cioè come **risponde** il sistema ai diversi valori degli ingressi  $P_{in}$  ed  $S$ .

Serbatoio di forma cilindrica:

$$\text{Area base } A = 50 \text{ m}^2$$

$$\text{altezza massima } H = 10 \text{ m}$$

Portata d'ingresso<sup>1</sup>  $P_{in} = 0.0 - 0.7 \text{ m}^3/\text{s}$

Sezione di scarico  $S = 0.00 - 0.05 \text{ m}^2$  con condotta di diametro massimo = 25 cm circa

**Costruzione del modello:** ricavare le relazioni quantitative e i vincoli del modello fissando *criteri precisi* per la scelta proposta.

*Decidiamo che è sufficiente una **precisione** del decimetro nella misura del livello.*

**Ricerca informazioni con produzione di scheda<sup>2</sup> di documentazione:**

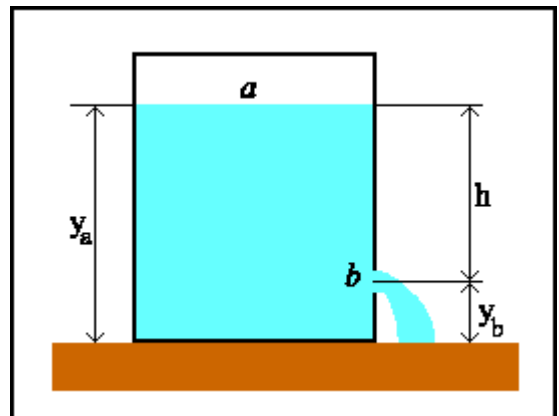
<sup>35</sup>/<sub>17</sub> **Leggi dell'idrodinamica:**

<sup>35</sup>/<sub>17</sub> **legge di Leonardo**

Ipotesi: liquido incompressibile

Enunciato:  $P = v * S$

Definizioni:  $P$  = portata della condotta [ $\text{m}^3/\text{s}$ ]  
 $v$  = velocità del liquido [ $\text{m/s}$ ]  
 $S$  = sezione della condotta [ $\text{m}^2$ ]



<sup>35</sup>/<sub>17</sub> **legge di Torricelli<sup>3</sup>**

Ipotesi: liquido ideale (incompressibile e senza attriti interni)  
moto laminare (non viene accumulata energia in vortici)

Enunciato:  $v = (2 * g * h)^{1/2}$

Definizioni:  $v$  = velocità del liquido [ $\text{m/s}$ ]  
 $g$  = accelerazione di gravità =  $9.8 \text{ [m/s}^2\text{]}$   
 $h$  = altezza geometrica o quota [ $\text{m}$ ]

Per costruire il modello del sistema facciamo alcune **ipotesi semplificatrici**:

supponiamo che il liquido si muova senza generare turbolenze e senza attriti viscosi con le pareti delle condotte o all'interno del liquido stesso; supponiamo inoltre che le pareti siano perfettamente rigide. Si ottiene allora, dalle leggi citate sopra:

$$P_{out}(t) = S * (2 * g * Liv(t))^{1/2} \quad [1]$$

<sup>1</sup> La massima portata d'ingresso che garantisce l'assenza di trabocco del liquido dal serbatoio è pari alla massima portata di scarico a serbatoio pieno.

<sup>2</sup> Fornire a chi legge la possibilità di ricostruire il procedimento seguito nella costruzione del modello.

<sup>3</sup> Caso particolare della *legge di Bernoulli* da <http://ishtar.df.unibo.it/mflu/html/bernoulli.html>

La relazione conferma l'intuizione secondo la quale la portata d'uscita aumenta con il livello del liquido: mentre inizialmente il liquido salirà rapidamente nel serbatoio, risultando piccola la portata allo scarico, poi salirà più lentamente fino a quando la portata dello scarico sarà uguale a quella di alimentazione raggiungendo una *situazione di equilibrio stabile*.

Possiamo poi scrivere una **legge di conservazione dei volumi**, dato che i liquidi sono supposti incompressibili: *il volume all'istante successivo dovrà essere pari al volume all'istante attuale, diminuito del volume che nel frattempo è uscito ed aumentato di quello che nel frattempo è entrato*.

In formule (equazione di conservazione):

$$V_{\text{successivo}} = V_{\text{attuale}} - V_{\text{uscito}} + V_{\text{entrato}}$$

Il sistema di equazioni cercate dovrà permetterci di ricavare per *passi successivi* i valori delle risposte. Infatti **equazioni iterative** si prestano ad essere elaborate con un calcolatore numerico e consentono di simulare il comportamento del sistema su computer con *previsioni* sui tempi di svuotamento e riempimento per diverse situazioni (con altrettanti lanci del programma di simulazione).

Nel caso di serbatoio con forma cilindrica, con un tempo di calcolo (*discretizzazione*) **delta\_t** abbastanza piccolo in modo che la portata d'uscita vari in modo trascurabile all'interno dell'intervallo:

$$\begin{aligned} V_{\text{successivo}} &= \text{Liv}(t + \text{delta}_t) * A \\ V_{\text{attuale}} &= \text{Liv}(t) * A \\ V_{\text{uscito}} &= P_{\text{out}} * \text{delta}_t \\ V_{\text{entrato}} &= P_{\text{in}} * \text{delta}_t \end{aligned}$$

Sostituendo nell'equazione di conservazione e raccogliendo opportunamente:

$$\text{Liv}(t + \text{delta}_t) = \text{Liv}(t) + (P_{\text{in}} - P_{\text{out}}) * \text{delta}_t / A \quad [2]$$

In sintesi le equazioni [1] e [2] costituiscono il modello matematico cercato.

### **Il problema del tempo di *campionamento* nella simulazione di sistemi continui**

Dobbiamo scegliere *il tempo totale di simulazione e suddividerlo* in un numero sufficientemente alto di intervalli uguali per calcolare il tempo successivo, ad ogni iterazione, dopo un tempo sufficientemente piccolo perché le approssimazioni con cui abbiamo ricavato il modello non rendano troppo imprecisi i risultati finali. Per determinare i valori *dell'intervallo di tempo di campionamento* ( $\text{delta}_t$ ) e della *durata della simulazione* introduciamo il concetto di *tempo base* o **tau**: un tempo legato al sistema che dà un'indicazione della velocità con cui si svolge il processo e si definisce come **il tempo necessario a raggiungere dallo stato iniziale dell'evoluzione quello finale (stato di regime) se l'andamento è lineare**.

Andamento lineare del livello si ottiene nel caso di riempimento di serbatoio con forma cilindrica, inizialmente vuoto, con condotta di scarico chiusa ( $S = 0$ ) ed alimentato da portata d'ingresso costante di valore massimo. Il tempo necessario al riempimento è allora il *tempo base* o **tau** e si calcola:

$$\tau = (A * H) / \text{Portata massima}$$

### Scelte consigliate :

<sup>35</sup>/<sub>17</sub> per il tempo di calcolo<sup>4</sup> o di *campionamento* ( $\Delta t$ ):  $\Delta t < \tau$  o  $\Delta t \ll \tau$   
almeno  $\tau/10$  o  $\tau/100$ .

<sup>35</sup>/<sub>17</sub> per la *durata della simulazione*:

<sup>35</sup>/<sub>17</sub> almeno  $5 \cdot \tau$  o  $10 \cdot \tau$  volendo analizzare l'evoluzione fino allo stato di *regime* (quando il sistema ha raggiunto l'equilibrio ed è passato sufficiente tempo dall'applicazione degli ingressi).

<sup>35</sup>/<sub>17</sub> circa  $2 \cdot \tau$  se si è interessati solo al *transitorio* (la risposta iniziale all'applicazione degli ingressi). Inizialmente

**NB:** il numero di valori che il computer dovrà calcolare ( $N = \text{durata}/\Delta t$ ) si consiglia al massimo dell'ordine del centinaio (con scelta di  $\Delta t = \tau/100$  e  $\text{durata} = 5 \cdot \tau \rightarrow N = 500$ )

Nella simulazione dei processi di riempimento e svuotamento di un serbatoio di tipo industriale, si utilizzerà il modello ricavato:

### Modello matematico:

$$\begin{aligned} \text{Liv}(t + \Delta t) &= \text{Liv}(t) + (\text{Pin} - \text{Pout}) \cdot \Delta t / A \\ \text{Pout}(t) &= S \cdot (2 \cdot g \cdot \text{Liv}(t))^{1/2} \\ \text{tempo} &\leftarrow \text{tempo} + \Delta t \end{aligned}$$

Area base  $A = 50 \text{ m}^2$

altezza massima  $H = 10 \text{ m}$

Portata massima  $\text{Pin} = 0.7 \text{ m}^3/\text{s}$

Sezione di scarico  $S = 0.00 - 0.05 \text{ m}^2$

$g$  = accelerazione di gravità =  $9.8 \text{ [m/s}^2\text{]}$

$$\tau = (A \cdot H) / \text{Portata massima}$$

Per  $N = 100$  scelti  $\Delta t = \tau/100$   
 $\text{durata} = 10 \cdot \tau$

### Procedura di calcolo con memorizzazione in tabella esportabile e graficabile in ambiente foglio elettronico.

#### Piano prove (test funzionale per controllo del buon funzionamento del programma):

1. riempimento da vuoto (**Livello iniziale = 0**) con condotta di scarico chiusa
2. svuotamento del serbatoio pieno (**Livello iniziale = H**), in assenza di alimentazione
3. riempimento da vuoto (**Livello iniziale = 0**) a valore intermedio
4. svuotamento del serbatoio da pieno (**Livello iniziale = H**) a valore intermedio
5. situazione di trabocco

nb: una [semplice animazione](#) (maggiore velocità nel riempimento rispetto a svuotamento)

<sup>4</sup> Teoricamente basterebbero due campioni e non 10 per ogni  $\tau$  ma una scelta di tempo di calcolo troppo grande causa una falsa risposta "oscillatoria" (sono intrinseche al sistema le oscillazioni che non si modificano riducendo  $\Delta t$ ).  
Nel caso di riempimento con massima portata di ingresso ( $\text{Pin} = 0.7 \text{ m}^3/\text{s}$ ) e sezione di scarico chiusa ( $S=0 \text{ m}^2$ ) si scopre un andamento lineare con  $\tau = 714 \text{ sec}$  ed è sufficiente campionare ogni secondo ( $\tau/714$ )

## Possibile interfaccia grafica:

### Gestione serbatoio di accumulo

Fase riempimento con condotta di scarico chiusa e massima portata d'ingresso

**Riempimento**

Altezza serbatoio

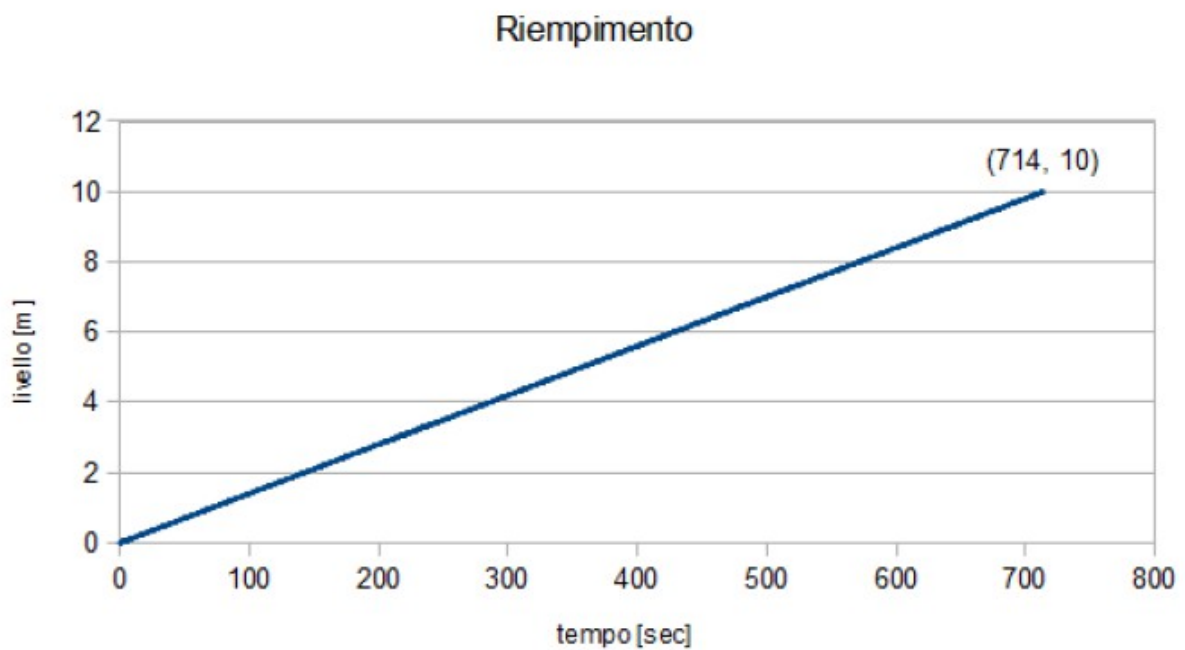
Valore iniziale del liquido

Valore finale del livello

Valore finale del tempo

| Tempo | Livello |
|-------|---------|
| 0     | 0       |
| 1     | 0,01    |
| 2     | 0,03    |

con possibile esportazione e grafico dei dati in formato tabellare in foglio elettronico:



## Codice: fase di ON con formattazione cifre decimali

```
<html>
<head>
  <title>Javascript: riempimento serbatoio d'accumulo</title>

  <style>
    .sfondo {background-color: white}
    .dim14 {font-family:verdana, arial; font-size: 14}
    .dim {font-family:verdana, arial; font-size: 12}
    div {background-color:lightgreen; width:50%;
      padding-top:2%; padding-bottom:1%;padding-left:5%; padding-right:5%}
  </style>

  <script LANGUAGE="JavaScript">

    var liv ;          // variabili globali
    var tempo;

    function ini(){   // valori iniziali
      legenda = "Tempo\tLivello\n";
      msg = legenda;
    }
    function modello() {
      ini();
      var dt = 1; // sec
      var H = 10;
      var A = 50;
      var S = 0;   // condotta di scarico chiusa
      var Pout;
      var Pin = 0.7; // massima portata d'ingresso

      liv= 0;      // vuoto
      tempo = 0;
      msg = msg + "\n" + tempo + "\t" + liv; // valori iniziali interi

      var livT = liv;
      while (liv < H){

          Pout = S*Math.sqrt(2*liv*9.8);
          livT = liv + (Pin - Pout)*dt/A;
          if (livT > H) {
              livT = liv; // valore precedente
              // per soluzione migliore uso array
              break;
          }
          liv = livT;
          tempo = tempo + dt;
          suTextArea(liv);
      }
      document.scheda.LFut.value = livT;
      document.scheda.TFut.value = tempo;
      document.scheda.tabella.value = msg;
    }
  </script>
</head>
</html>
```

```

function suTextArea(liv){
    var livF = Math.round(liv*100)/100; // per formato con sole due cifre decimali
    var str = livF.toString();          // conversione in stringa
    var liv_Virgola = str.replace(".",","); // rimpiazza . decimale con virgola

    msg = msg + "\n" + tempo + "\t" + liv_Virgola; // salvataggio in stringa
}

function resetta() {
    ini();
}
</script>
</head>
<body>

<div> <!-- uso di box rettangolare posizionando a piacere con CSS -->

<form style="text-align:center" class="sfondo" name="scheda" action="javascript: modello();">

    <label class="dim14">Riempimento</label>
    <p>
    <label class="dim">Altezza serbatoio</label>
    <input disabled type="text" name="Max" class="sfondo" size="5" maxlength="5" value = "10">
    <p>
    <label class="dim">Valore iniziale del liquido</label>
    <input disabled type="text" name="INI" class="sfondo" size="5" maxlength="5" value="0">
    <p>
    <p>
    <label class="dim">Valore finale del livello</label>
    <input disabled type="text" name="LFut" class="sfondo" size="8" maxlength="6" >
    <p>
    <label class="dim">Valore finale del tempo</label>
    <input disabled type="text" name="TFut" class="sfondo" size="8" maxlength="6" >
    <p>
    <p>
    <textarea name="tabella" rows="5" cols="20">Tabella</textarea>
    <p>
    <input type="submit" value="modello"> <!-- pulsante per eseguire l'elaborazione dei dati -->

    <input type="reset" onClick="javascript: resetta();">
        <!-- oltre a cancellare il contenuto dei controlli si reinizializzano i valori -->
    </form>
</div>
</body>
</html>

```

**nb:** come valore dell'attributo **action** si imposta lo script cioè la chiamata alla funzione modello() per gestire i dati del modulo

## Codice: fase di ON con formattazione cifre decimali con uso [array](#)

```
<html>
<head>
<title>Javascript: riempimento serbatoio d'accumulo</title>
<style>

.sfondo {background-color: white}
.dim14 {font-family:verdana, arial; font-size: 14}
.dim {font-family:verdana, arial; font-size: 12}

div {background-color:lightgreen; width:50%;
padding-top:2%; padding-bottom:1%;padding-left:5%; padding-right:5%}
</style>

<script LANGUAGE="JavaScript">
// Array all'URL http://www.html.it/pag/15276/gli-array/
var liv = new Array();
var tempo = new Array();

function ini(){ // valori iniziali
legenda = "Tempo\tLivello\n"; // variabili globali
msg = legenda;
}

function modello() {

ini();
var dt = 1;
var H = 10;
var A = 50;
var Pout = 0; // con sezione scarico chiusa
var Pin = 0.7; // massima portata d'ingresso

liv[0]= 0; // vuoto
tempo [0] = 0;

var LivT = liv[0];

for (var i = 0; LivT < H; i++){

LivT = liv[i] + (Pin - Pout)*dt/A;
if (LivT > H) {
document.scheda.LFut.value =liv[i] ;
document.scheda.TFut.value =tempo[i] ;
break;
}
liv [i+1] = LivT;
tempo [i+1] = tempo[i] + dt;
}
suTextArea();
}
}
```



```

function suTextArea() {

    for (var i=0; i<liv.length; i++) { // contatore di ciclo è variabile locale

        liv[i] = Math.round(liv[i]*100)/100; // per formato con sole 2 cifre decimali
        var str = liv[i].toString(); // conversione in stringa
        var liv_Virgola = str.replace(".",","); // rimpiazza . decimale con virgola
        msg = msg + "\n" + tempo[i] + "\t" + liv_Virgola; // salvataggio in stringa
    }
    document.scheda.tabella.value = msg;
}

function resetta() {
    ini();
    while (liv.length >0){
        liv.pop(); // metodo pop() per eliminare un elemento
        // dalla fine dell'Array
        tempo.pop();
    }
}
</script>
</head>

<body>

<div> <!-- uso di box rettangolare posizionando a piacere con CSS →
<form style="text-align:center" class="sfondo" name="scheda" action="javascript: modello();">
    <label class="dim14">Riempimento</label>
    <p>
    <label class="dim">Altezza serbatoio</label>
    <input disabled type="text" name="Max" class="sfondo" size="5" maxlength="5" value = "10">
    <p>
    <label class="dim">Valore iniziale del liquido</label>
    <input disabled type="text" name="INI" class="sfondo" size="5" maxlength="5" value= "0">
    <p>
    <p>
    <label class="dim">Valore finale del livello</label>
    <input disabled type="text" name="LFut" class="sfondo" size="8" maxlength="6" >
    <p>
    <label class="dim">Valore finale del tempo</label>
    <input disabled type="text" name="TFut" class="sfondo" size="8" maxlength="6" >
    <p><p>
    <textarea name="tabella" rows="5" cols="20">Tabella</textarea>
    <p>
    <input type="submit" value="modello"> <!-- pulsante per eseguire l'elaborazione dei dati -->
    <input type="reset" onClick="javascript: resetta();">
    </form>
</div>

</body>
</html>

```

### Altra interfaccia grafica: Caso OFF (svuotamento con condotta d'ingresso chiusa)

Impostando il **tempo di simulazione** pari a  $2 \cdot \tau$  (1429 sec) e selezionando come in figura la sezione di scarico (aperta), la portata di ingresso (nulla) ed il valore iniziale del liquido (pieno)

Gestione serbatoio di accumulo

Tempo della simulazione [sec]

Sezione condotta di scarico [0.00 - 0.05]

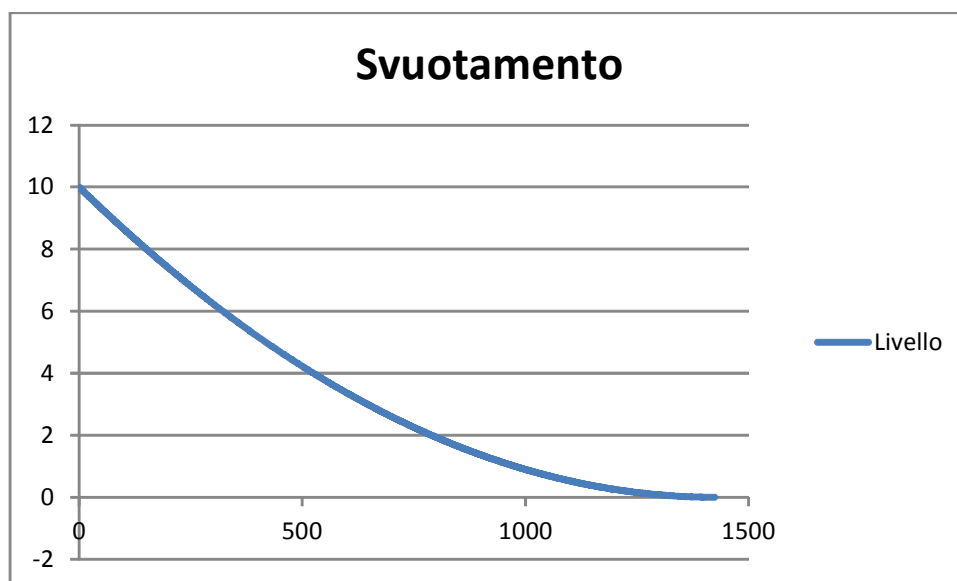
Portata di ingresso [0.0 - 0.7]

Iniziale

Finale

| Tempo | Livello |
|-------|---------|
| 0     | 10      |
| 1     | 9,99    |
| 2     | 9,97    |
| 3     | 9,96    |
| 4     | 9,94    |
| 5     | 9,93    |
| 6     | 9,92    |
| 7     | 9,9     |

con esportazione e grafico dei dati in formato tabellare in foglio elettronico:





```

        temp = temp + dt;
        tempo[i+1] = temp;
        i++;
    }
    document.dinamica.Fut.value = liv; // massima precisione
    suTextArea();
}
function suTextArea(){
    for (var i=0; i<livello.length-1; i++) { // escludo l'ultimo valore simulato
        livello[i] = Math.round(livello[i]*100)/100;
        // per formato di visualizzazione con sole due cifre decimali
        var str = livello[i].toString(); // conversione in stringa
        var liv_Virgola = str.replace(".", ","); // rimpiazza . decimale con virgola
        msg = msg + "\n" + tempo[i] + "\t" + liv_Virgola; // salvataggio in stringa
    }
    document.dinamica.tabella.value = msg;
}
function resetta() {
    ini();
    while (livello.length > 0){
        livello.pop();
        tempo.pop();
    }
}
</script>
</head>
<body>
<div> <!-- uso di box rettangolare posizionando a piacere con CSS -->
<form style="text-align:center" class="sfondo" name="dinamica" action="javascript: modello();">
    <label class="dim14">Gestione serbatoio di accumulo</label>
    <p><label class="dim">Tempo della simulazione [sec]</label>
    <input type="text" name="Tempo" class="sfondo" size="5" maxlength="5">
    <p><label class="dim">Sezione condotta di scarico [0.00 - 0.05] </label>
    <SELECT name="Sez" class="sfondo" Size="1"> <!-- SIZE numero di elementi visibili della lista -->
        <OPTION SELECTED value = "0.00">chiusa
        <OPTION value = "0.05">aperta
    </SELECT>
    <p><label class="dim">Portata di ingresso [0.0 - 0.7] </label>
    <SELECT name="P" class="sfondo" Size="1">
        <OPTION SELECTED value = "0.7">massima
        <OPTION value = "0.0">>nulla
    </SELECT>
    <p><label class="dim">Iniziale</label>
    <SELECT name="Liv" class="sfondo" Size="1">
        <OPTION SELECTED value = "0">vuoto
        <OPTION value = "10">pieno
    </SELECT>
    <p><label class="dim">Finale</label>
    <input disabled type="text" name="Fut" class="sfondo" size="8" maxlength="6" >
    <p><p><textarea rows="10" name="tabella"> </textarea> <!-- ROW numero di righe visibili -->
    <p><input type="submit" value="modello">
    <input type="reset" onClick="javascript: resetta();">
</form>
</div> </body> </html>

```